Учреждение Образования

«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет информационных технологий

Лабораторная работа № 5

**«Алгоритмы на графах»**

По дисциплине

«Математическое программирование»

Выполнил:

Студент ФИТ

Специальности ИСиТ 2 курса 1 группы

Парибок Илья Александрович

Минск 2022

**Алгоритмы на графах**

**(алгоритмы поиска в ширину и глубину, топологическая сортировка)**

**Цель работы:** освоить сущность и программную реализацию: а) способов представления графов; б) алгоритмов поиска в ширину и глубину; в) алгоритма топологической сортировки графов.

**Задание 1.** Ориентированный граф **G** взять в соответствии с вариантом. Осуществить алгоритмы поиска в ширину и глубину, а также алгоритма топологической сортировки аналогично примерам, рассмотренным на лекциях. Оформить отчет, включив в него **каждый** шаг выполнения алгоритмов.

**Задание 2.** Осуществить программную реализацию алгоритмов на C++. Разработать структуры **AMatrix** и **АList** для представления ориентированного графа матричным и списковым способом. Разработать функции преобразования из одного способа представления в другой. Разработать функцию **BFS** обхода вершин графа, используя метод поиска в ширину. Продемонстрировать работу функции. Копии экрана вставить в отчет.

**Задание 3.** Разработать функцию **DFS** обхода вершин графа, используя метод поиска глубину. Продемонстрировать работу функции. Копии экрана вставить в отчет.

**Задание 4.** Доработайте функцию **DFS**,для выполнения топологической сортировки графа. Продемонстрировать работу функции. Копии экрана вставить в отчет.

**Ход работы:**

Исходный граф:

|  |  |
| --- | --- |
| 8 |  |

1. **Алгоритм поиска в ширину (BFS).**

По условию, граф имеет 7 вершин, пронумерованных начиная с нуля. В качестве стартовой вершины выбрана вершина с номером 0.

Шаг 1.

В качестве стартовой вершины выбираем вершину с номером 0.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 0 |  |  |  |  |  |  |
| C | G | W | W | W | W | W | W |
| D | 0 | I | I | I | I | I | I |
| P | N | N | N | N | N | N | N |

Шаг 2. У вершины 0 две смежные вершины; для последующего пути выбираю вершину с наименьшим весом из двух – первую, а вторую добавляю в начало очереди. Закрашиваю нулевую в черный цвет, как пройденную. А смежные– в серый.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 2 | 3 |  |  |  |  |  |
| C | B | W | G | G | W | W | W |
| D | 0 | I | 1 | 1 | I | I | I |
| P | N | N | 0 | 0 | N | N | N |

Шаг 3. Перехожу в смежную вершину – вершина номер LDF. Закрашиваю в серый цвет смежную вершину пять для попадания в очередь, а вторую в черный цвет как пройденную.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 2 | 3 |  |  |  |  |  |
| C | B | W | B | G | W | G | W |
| D | 0 | I | 1 | 1 | I | 2 | I |
| P | N | N | 0 | 0 | N | 2 | N |

Шаг 4. Перехожу в смежную вершину – вершина номер NHB. С ней есть три смежные вершины – 1 4 и 6, закрашиваю их в серый цвет для попадания в очередь, а вторую в черный цвет как пройденную.

1

0

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 1 | 4 | 5 | 6 |  |  |  |  |
| C | B | G | B | B | G | G | G |
| D | 0 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| P | N | 3 | 0 | 0 | 3 | 2 | 3 |

Шаг 5. Перехожу в следующую по очереди вершину под номером 5. Отмечаю вершину 5 как пройдённую.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 1 | 4 | 6 |  |  |  |  |
| C | B | G | B | B | G | B | G |
| D | 0 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| P | N | 3 | 0 | 0 | 3 | 2 | 3 |

Шаг 6. Перехожу в смежную вершину нулевой вершины – вершина номер три. Есть три смежные с ней вершины – 1,4,6, однако они уже закрашены серым цветом. Закрашиваю вершину один в черный как пройденную.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 4 | 6 |  |  |  |  |  |  |  |
| C | B | B | B | B | G | B | G |
| D | 0 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| P | N | 3 | 0 | 0 | 3 | 2 | 3 |

Шаг 7. Остаюсь в смежной вершине нулевой вершины – вершина номер три. Вершина один уже закрашена, остались вершины четыре и шесть. Закрашиваю вершину четыре в черный как пройденную.

0

1

444

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 6 |  |  |  |  |  |  |
| C | B | B | B | B | B | B | G |
| D | 0 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| P | N | 3 | 0 | 0 | 3 | 2 | 3 |

Шаг 8. Перехожу в вершину номер шесть. Закрашиваем ее в черный цвет, так как других действий нет, Алгоритм окончен.

0

1

444

3

2

5

6666

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q |  |  |  |  |  |  |  |
| C | B | B | B | B | B | B | B |
| D | 0 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| P | N | 3 | 0 | 0 | 3 | 2 | 3 |

В результате получили BFS-дерево:

1

0

1

444

3

2

5

6666

Порядок обхода: 0 2 3 5 1 4 6.

1. **Алгоритм поиска в глубину (DFS).**

По условию, граф имеет 7 вершин, пронумерованных начиная с нуля. В качестве стартовой вершины выбрана вершина с номером 0.

Шаг 1.

В качестве стартовой вершины выбираем вершину с номером 0. Далее будем осуществлять проход по смежным вершинам, пока не сможет достичь того, чтобы не было возможности осуществить дальнейший проход.

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | W | W | W | W | W | W |
| D | 1 | I | I | I | I | I | I |
| P | N | N | N | N | N | N | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 2.

Вершина ноль имеет две смежные вершины, переходим в вершину два, так как она с наименьшим весом и окрашиваем ее в серый цвет.

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | W | G | W | W | W | W |
| D | 1 | I | 2 | I | I | I | I |
| P | N | N | 0 | N | N | N | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 3.

Вторая вершина имеет одну смежную вершину – пять, переходим и окрашиваем ее в серый цвет.

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | W | G | W | W | G | W |
| D | 1 | I | 2 | I | I | 3 | I |
| P | N | N | 0 | N | N | 2 | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 4.

Вершина пять имеет только одну смежную вершины, переходим туда – в шестую вершину и окрашиваем ее в серый цвет.

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | W | G | W | W | G | G |
| D | 1 | I | 2 | I | I | 3 | 4 |
| P | N | N | 0 | N | N | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 5.

Шестая вершина не имеет смежных ей, поэтому закрашиваем её черным цветом и возвращаемся в пятую вершину.

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | W | G | W | W | G | B |
| D | 1 | I | 2 | I | I | 3 | 4 |
| P | N | N | 0 | N | N | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |

Шаг 6.

У пятой вершины также не осталось не закрашенных смежных вершин, поэтому закрашиваем ее в черный и возвращаемся к 2й вершине.

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | W | G | W | W | B | B |
| D | 1 | I | 2 | I | I | 3 | 4 |
| P | N | N | 0 | N | N | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | 5 |

Шаг 7.

У второй вершины также не осталось не закрашенных смежных вершин, поэтому закрашиваем ее в черный и возвращаемся к нулевой вершине.

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | W | B | W | W | B | B |
| D | 1 | I | 2 | I | I | 3 | 4 |
| P | N | N | 0 | N | N | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 7 | 0 | 0 | 6 | 5 |

Шаг 8.

Переходим к третьей вершине и закрашиваем ее в серый цвет.

1

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | W | B | G | W | B | B |
| D | 1 | I | 2 | 5 | I | 3 | 4 |
| P | N | N | 0 | 0 | N | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 7 | 0 | 0 | 6 | 5 |

Шаг 9.

Находим смежные вершины для третьей – это 1,4 и 6. Шестая уже окрашена в чёрный. Переходим в младшую вершину и закрашиваем ее серым цветом.

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | W | B | B |
| D | 1 | 6 | 2 | 5 | I | 3 | 4 |
| P | N | 3 | 0 | 0 | N | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 7 | 0 | 0 | 6 | 5 |

Шаг 10.

Переходим в 4тую вершину и закрашиваем ее серым цветом.

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | B | G | G | B | B |
| D | 1 | 6 | 2 | 5 | 7 | 3 | 4 |
| P | N | 3 | 0 | 0 | 3 | 2 | 5 |
| F | 0 | 0 | 7 | 0 | 0 | 6 | 5 |

Шаг 11.

Первая вершина является глубиной и, поэтому, закрашиваем ее в черный цвет и возвращаемся к третьей вершине.

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | B | B | G | G | B | B |
| D | 1 | 6 | 2 | 5 | 7 | 3 | 4 |
| P | N | 3 | 0 | 0 | 3 | 2 | 5 |
| F | 0 | 10 | 7 | 0 | 0 | 6 | 5 |

Шаг 12.

Четвёртая вершина является глубиной и, поэтому, закрашиваем ее в черный цвет и возвращаемся к третьей вершине.

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | B | B | G | B | B | B |
| D | 1 | 6 | 2 | 5 | 7 | 3 | 4 |
| P | N | 3 | 0 | 0 | 3 | 2 | 5 |
| F | 0 | 10 | 7 | 0 | 12 | 6 | 5 |

Шаг 13.

У третьей вершины также не осталось не закрашенных смежных вершин, поэтому закрашиваем ее в черный и возвращаемся к нулевой вершине.

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | B | B | B | B | B | B |
| D | 1 | 6 | 2 | 5 | 7 | 3 | 4 |
| P | N | 3 | 0 | 0 | 3 | 2 | 5 |
| F | 0 | 10 | 7 | 13 | 12 | 6 | 5 |

Шаг 14.

Закрашиваем нулевую вершину в чёрный цвет.

0

1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | B | B | B | B | B | B | B |
| D | 1 | 6 | 2 | 5 | 7 | 3 | 4 |
| P | N | 3 | 0 | 0 | 3 | 2 | 5 |
| F | 14 | 10 | 7 | 13 | 12 | 6 | 5 |

В результате получили DFS-дерево:

0

1

2 3 4

5 6

Порядок обхода: 6 5 2 1 4 3 0

1. **Алгоритм топологической сортировки.**

По условию, граф имеет 7 вершин, пронумерованных начиная с нуля. В качестве стартовой вершины выбрана вершина с номером 0.

Шаг 1.

В качестве стартовой вершины выбираем вершину с номером 0. Окрашиваем ее в серый цвет.

0

1

2 3 4

5 6

Шаг 2.

Из нулевой вершины идем в вторую и красим ее в серый цвет.

0

1

2 3 4

5 6

Шаг 3.

Из второй вершины идем в пятую и красим ее в серый цвет.

0

1

2 3 4

5 6

Шаг 4.

Из пятой вершины идем в шестую и красим ее в серый цвет.

0

1

2 3 4

5 6

Шаг 5.

Переходим в шестую, она не имеет смежных вершин, красим ее в черный цвет и кладем в стек.

0

1

2 3 4

5 6

Шаг 6.

Возвращаемся в пятую вершину, красим ее в черный и кладем в стек.

0

1

2 3 4

5 6

Шаг 8.

Возвращаемся в вторую вершину, красим ее в черный и кладем в стек.

0

1

1

2 3 4

5 6

Шаг 9.

Переходим в третью вершину и красим ее в серый.

1

0

1

1

2 3 4

5 6

Шаг 10.

Переходим в перую вершину и красим ее в чёрный, так как у неё нет смежных вершин, добавляем её в стэк.

1

0

1

1

2 3 4

5 6

Шаг 11.

Переходим в третью вершину и красим ее в чёрный, так как у неё нет не закрашенных смежных вершин, добавляем её в стэк.

0

1

1

2 3 4

5 6

Шаг 12.

Красим нулевую вершину в черный, так как она не имеет незакрашенных смежных вершин и кладем е в стек.

0

1

1

2 3 4

5 6

В итоге имеем сортировку: 6 5 2 1 4 3 0.

